Задания

Задание 7 № 121087

Прямая $y=-9x+5$ является касательной к графику функции $x^2+bx+14$. Найдите b, учитывая, что абсцисса точки касания больше 0.

Решение.

Это задание ещё не решено, приводим решение прототипа.

Прямая $y=-5x+8$ является касательной к графику функции $28x^2+bx+15$. Найдите b, учитывая, что абсцисса точки касания больше 0.

Условие касания графика функции $y=f(x)$ и прямой $y=kx+l$ задаётся системой требований:

$$\begin{cases} f'(x)=k, \\ f(x)=kx+l. \end{cases}$$

В нашем случае имеем:

$$\begin{cases} 56x+b=-5, \\ 28x^2+bx+15=-5x+8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=-5-56x, \\ 28x^2+(-5-56x)x+15=-5x+8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=-5-56x, \\ x^2=\dfrac{1}{4}. \end{cases}$$

По условию абсцисса точки касания положительна, поэтому $x=0{,}5$, откуда $b=-33$.

Приведём другое решение.

Касательная к параболе имеет с ней единственную общую точку, поэтому уравнение $28x^2+bx+15=-5x+8$ должно иметь единственное решение, а значит, должен равняться нулю дискриминант уравнения $28x^2+(b+5)x+7=0$. Найдем его:

$$D=(b+5)^2-4\cdot 7\cdot 28=(b+5)^2-28^2=(b+5+28)(b+5-28)=(b+33)(b-23).$$

Дискриминант обращается в нуль при $b=-33$ или $b=23$.

Проверим, положительны ли абсциссы точек касания при найденных значениях параметра. Для этого подставим их в уравнение $28x^2+(b+5)x+7=0$. При $b=-33$ имеем:

$$28x^2-28x+7=0 \Leftrightarrow 4x^2-4x+1=0 \Leftrightarrow (2x-1)^2=0 \Leftrightarrow x=\frac{1}{2}.$$

Аналогично при $b=23$ имеем:

$$28x^2+28x+7=0 \Leftrightarrow 4x^2+4x+1=0 \Leftrightarrow (2x+1)^2=0 \Leftrightarrow x=-\frac{1}{2}.$$

Точка касания имеет положительную абсциссу при $b=-33$.

Ответ: −33.

Прототип задания