Задания

Задания Д7 C2 № 521433

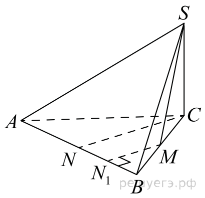
Основанием пирамиды $SABC$ является равносторонний треугольник ABC, длина стороны которого равна $4\sqrt{2}$. Боковое ребро SC перпендикулярно плоскости основания и имеет длину 2.

а) Докажите, что угол между скрещивающимися прямыми, одна из которых проходит через точку S и середину ребра BC, а другая проходит через точку C и середину ребра AB равен 45°.

б) Найдите расстояние между этими скрещивающимися прямыми.

Решение.

а) Пусть N — середина AB, тогда $CN = \dfrac{\sqrt{3}}{2}AB = 2\sqrt{6}$. Опустим из M — середины BC — перпендикуляр MN_1 на AB его длина будет тогда $\sqrt{6}$. Далее, $SM = \sqrt{SC^2 + CM^2} = 2\sqrt{3}$ и $SN_1 = \sqrt{SC^2 + CN^2 + NN_1^2} = \sqrt{30}$



Искомый угол равен углу SMN_1 или смежному с ним. По теореме косинусов имеем

$30 = 6 + 12 - 2\sqrt{6} \cdot 2\sqrt{3} \cdot \cos\angle SMN_1$, откуда $\cos\angle SMN_1 = \dfrac{-\sqrt{2}}{2}$ и $\angle SMN_1 = 135^\circ$, откуда и следует утверждение.

б) $V_{SMCN} = \dfrac{1}{3} \cdot SCS_{CMN} = \dfrac{2}{3} \cdot \dfrac{1}{4} S_{ABC} = \dfrac{1}{6} \cdot \dfrac{32\sqrt{3}}{4} = \dfrac{4}{\sqrt{3}}$.

С другой стороны, $V_{SMCN} = \dfrac{1}{6} \cdot SM \cdot CN \cdot \sin\angle(SM, CN) \cdot d(SM, CN) = \dfrac{1}{6} \cdot 2\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{6} \cdot \dfrac{\sqrt{2}}{2} \cdot d(SM, CN) = 2d(SM, CN)$, откуда $d(SM, CN) = \dfrac{2}{\sqrt{3}}$.

Ответ: б) $\dfrac{2}{\sqrt{3}}$.