

## Вариант № 25738364

## А. Ларин. Тренировочный вариант № 287.

1. а) Решите уравнение  $\frac{(\operatorname{tg} x + \sqrt{3}) \cdot \log_{13}(2 \sin^2 x)}{\log_{47}(\sqrt{2} \cos x)} = 0$ .

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие интервалу  $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ .

2. В правильной четырехугольной призме  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  на боковом ребре  $BB_1$  взята точка  $M$  так, что  $BM : MB_1 = 2 : 5$ . Плоскость  $\alpha$  проходит через точки  $M$  и  $D$  и параллельна прямой  $A_1 C_1$ . Плоскость  $\alpha$  пересекает ребро  $CC_1$  в точке  $Q$ .

а) Докажите, что ребро  $CC_1$  делится точкой  $Q$  в отношении  $1 : 6$ .

б) Найдите площадь сечения призмы плоскостью  $\alpha$ , если  $CD = 12$ ,  $AA = 14$ .

3. Решите неравенство:  $\log_3(x-1) \cdot \log_3(3^{x+1} + 3) \cdot \log_{x-1}(3^x + 1) \geq 6$ .

4. В остроугольном треугольнике  $ABC$  проведены высоты  $AD$  и  $CE$ , пересекающиеся в точке  $P$ . Известно, что  $AC = 26$ ,  $DE = 10$ .

а) Найдите отношение радиусов окружностей, вписанных в треугольники  $DEP$  и  $ACP$ .

б) Найдите расстояние между серединами отрезков  $AC$  и  $DE$ .

5. Александре и Всеволоду 1 сентября невероятно повезло открыть в банке по вкладу на одинаковые суммы и на один и тот же срок меньше года. У Александры первые несколько месяцев процентная ставка составила 81,44% в месяц, а на оставшийся срок — 5% в месяц. У Всеволода на протяжении всего срока ставка составила 26% в месяц. Суммы накопленных процентов в конце каждого месяца добавлялись к остатку на счете, при этом клиент мог снять деньги только в конце срока. Какое наибольшее количество месяцев у Александры могла действовать ставка 81,44%, если к моменту закрытия вкладов суммы на счетах обоих героев оказались одинаковыми?

6. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} 2axy + 2x - 2y + 3 = 0, \\ x + 2y + xy + 1 = 0 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

7. Сева экспериментирует с таблицей 3 на 3 клетки. Его задача — разместить в ней монеты таким образом, чтобы во всех строках и столбцах таблицы количество монет было различным. Некоторые клетки могут остаться пустыми.

а) Есть ли шанс у Севы расположить в таблице 18 монет указанным способом?

б) А 6 монет указанным способом?

в) Какое наименьшее количество монет потребуется Севе для выполнения поставленной задачи?