

Вариант № 25738364

А. Ларин. Тренировочный вариант № 287.

1. а) Решите уравнение $\frac{(\operatorname{tg} x + \sqrt{3}) \cdot \log_{13}(2 \sin^2 x)}{\log_{47}(\sqrt{2} \cos x)} = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие интервалу $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$.

2. В правильной четырехугольной призме $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ на боковом ребре BB_1 взята точка M так, что $BM : MB_1 = 2 : 5$. Плоскость α проходит через точки M и D и параллельна прямой $A_1 C_1$. Плоскость α пересекает ребро CC_1 в точке Q .

а) Докажите, что ребро CC_1 делится точкой Q в отношении $1 : 6$.

б) Найдите площадь сечения призмы плоскостью α , если $CD = 12$, $AA = 14$.

3. Решите неравенство: $\log_3(x-1) \cdot \log_3(3^{x+1} + 3) \cdot \log_{x-1}(3^x + 1) \geq 6$.

4. В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AD и CE , пересекающиеся в точке P . Известно, что $AC = 26$, $DE = 10$.

а) Найдите отношение радиусов окружностей, вписанных в треугольники DEP и ACP .

б) Найдите расстояние между серединами отрезков AC и DE .

5. Александре и Всеволоду 1 сентября неимоверно повезло открыть в банке по вкладу на одинаковые суммы и на один и тот же срок меньше года. У Александры первые несколько месяцев процентная ставка составила $81,44\%$ в месяц, а на оставшийся срок — 5% в месяц. У Всеволода на протяжении всего срока ставка составила 26% в месяц. Суммы накопленных процентов в конце каждого месяца добавлялись к остатку на счете, при этом клиент мог снять деньги только в конце срока. Какое наибольшее количество месяцев у Александры могла действовать ставка $81,44\%$, если к моменту закрытия вкладов суммы на счетах обоих героев оказались одинаковыми?

6. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} 2ax + 2x - 2y + 3 = 0, \\ x + 2y + xy + 1 = 0 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

7. Сева экспериментирует с таблицей 3 на 3 клетки. Его задача — разместить в ней монеты таким образом, чтобы во всех строках и столбцах таблицы количество монет было различным. Некоторые клетки могут остаться пустыми.

а) Есть ли шанс у Севы расположить в таблице 18 монет указанным способом?

б) А 6 монет указанным способом?

в) Какое наименьшее количество монет потребуется Севе для выполнения поставленной задачи?