Задания

Задание 12 № 132241

Найдите наименьшее значение функции
$y=-24x+12\operatorname{tg}x+6\pi+12$
на отрезке $\left[-\frac{\pi}{3};\frac{\pi}{3}\right]$.

Решение.

Это задание ещё не решено, приводим решение прототипа.

Найдите наименьшее значение функции $y=-14x+7\operatorname{tg}x+\frac{7\pi}{2}+11$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{3};\frac{\pi}{3}\right]$.

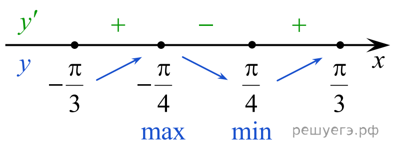
Найдем производную заданной функции:

$$y'=\frac{7}{\cos^2 x}-14=\frac{-7(2\cos^2 x-1)}{\cos^2 x}=-\frac{7\cos 2x}{\cos^2 x}.$$

Найдем нули производной:

$$\begin{cases}7\cos 2x=0,\\ -\frac{\pi}{3}<x<\frac{\pi}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\frac{\pi}{4}+\frac{\pi k}{2},\ k\in\mathbb{Z},\\ -\frac{\pi}{3}<x<\frac{\pi}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{4},\\ x=-\frac{\pi}{4}.\end{array}\right.$$

Определим знаки производной функции и изобразим на рисунке поведение функции:



Функция может принимать наименьшее значение в точках $x=-\frac{\pi}{3}$ или $x=\frac{\pi}{4}$. Найдем их:

$$y\left(-\frac{\pi}{3}\right)=-7\operatorname{tg}\frac{\pi}{3}+14\cdot\frac{\pi}{3}+\frac{7\pi}{2}+11=-7\sqrt{3}+\frac{49}{6}\pi+11,$$

$$y\left(\frac{\pi}{4}\right)=7\operatorname{tg}\frac{\pi}{4}-3,5\pi+3,5\pi+11=18.$$

Поскольку $y(-\pi/3)>-14+24+11=21$, наименьшее из найденных чисел равно 18.

Ответ: 18.

Прототип задания