

Задания

Задание 15 № 517485

Решите неравенство: $1 + \frac{14}{3^x - 9} + \frac{48}{9^x - 2 \cdot 3^{x+2} + 81} \geq 0$.

Решение.

Пусть $t = 3^x$, тогда неравенство примет вид:

$$1 + \frac{14}{t-9} + \frac{48}{t^2 - 18t + 81} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{t^2 - 18t + 81}{(t-9)^2} + \frac{14t - 126}{(t-9)^2} + \frac{48}{(t-9)^2} \geq 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{t^2 - 4t + 3}{(t-9)^2} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{(t-1)(t-3)}{(t-9)^2} \geq 0, \text{ откуда } t \leq 1; 3 \leq t < 9; t > 9.$$

При $t \leq 1$ получим: $3^x \leq 1$, откуда $x \leq 0$.

При $3 \leq t < 9$ получим: $3 \leq 3^x < 9$, откуда $1 \leq x < 2$.

При $t > 9$ получим: $3^x > 9$, откуда $x > 2$.

Решение исходного неравенства: $x \leq 0$; $1 \leq x < 2$; $x > 2$.

Ответ: $(-\infty; 0] \cup [1; 2) \cup (2; +\infty)$.

[Прототип задания](#)