Задания

Задание 12 № 26709

Найдите наибольшее значение функции $y=14x-7\operatorname{tg}x-3,5\pi+11$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{3};\ \frac{\pi}{3}\right]$.

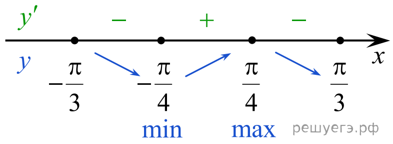
Решение.
Найдем производную заданной функции:

$$y'=14-7\cdot\frac{1}{\cos^2 x}=\frac{7(2\cos^2 x-1)}{\cos^2 x}=\frac{7\cos 2x}{\cos^2 x}.$$

Найдем нули производной на заданном отрезке:

$$\begin{cases}\cos 2x=0,\\ -\frac{2\pi}{3}\le 2x\le\frac{2\pi}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}2x=\frac{\pi}{2},\\ 2x=-\frac{\pi}{2},\end{array}\right.\\ -\frac{2\pi}{3}\le 2x\le\frac{2\pi}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{4},\\ x=-\frac{\pi}{4}.\end{array}\right.$$

Определим знаки производной функции на заданном отрезке и изобразим на рисунке поведение функции:



Наибольшим значением функции на заданном отрезке будет наибольшее из чисел $y\left(-\frac{\pi}{3}\right)$ и $y\left(\frac{\pi}{4}\right)$. Найдем их:

$$y\left(-\frac{\pi}{3}\right)=14\cdot\left(-\frac{\pi}{3}\right)-7\operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{3}\right)-\frac{7}{2}\pi+11=-\frac{49}{6}\pi+7\sqrt{3}+11,$$

$$y\left(\frac{\pi}{4}\right)=14\cdot\frac{\pi}{4}-7\operatorname{tg}\frac{\pi}{4}-\frac{7}{2}\pi+11=4.$$

Заметим, что $y\left(\frac{\pi}{4}\right)>y\left(-\frac{\pi}{3}\right)$, поэтому наибольшее значение функции на отрезке равно 4.

Ответ: 4.