

Задания**Задание 15 № 526341**

Решите неравенство $\log_{\frac{1}{4}}((2-x)(x^2+7)) \leq \log_{\frac{1}{4}}(x^2-5x+6) + \log_{\frac{1}{4}}(5-x)$.

Решение.

Пользуясь свойствами логарифма, преобразуем неравенство:

$$\log_{\frac{1}{4}}((2-x)(x^2+7)) \leq \log_{\frac{1}{4}}(x^2-5x+6) + \log_{\frac{1}{4}}(5-x) \Leftrightarrow \begin{cases} (2-x)(x^2+7) > 0, \\ x^2-5x+6 > 0, \\ 5-x > 0, \\ (2-x)(x^2+7) \geq (x^2-5x+6)(5-x) \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x < 2, \\ (x-2)(x-3) > 0, \\ x < 5, \\ (2-x)(x^2+7) \geq (x-2)(x-3)(5-x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 2, \\ (2-x)(x^2+7) \geq (x-2)(x-3)(5-x) \end{cases} \stackrel{x < 2}{\Leftrightarrow}$$

$$\stackrel{x < 2}{\Leftrightarrow} \begin{cases} x < 2, \\ -(x^2+7) \leq (x-3)(5-x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 2, \\ x \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq x < 2.$$

Ответ: $[1; 2)$.