Задания

Задание 7 № 120473

Прямая $y=2x+8$ является касательной к графику функции $ax^2+14x+20$. Найдите a.

Решение.

Это задание ещё не решено, приводим решение прототипа.

Прямая $y = 3x + 1$ является касательной к графику функции $f(x) = ax^2 + 2x + 3$. Найдите a.

Прямая $y=kx+b$ является касательной к графику функции $f(x)$ в точке x_0 тогда и только тогда, когда одновременно $f(x_0)=y(x_0)$ и $f'(x_0)=k$. В нашем случае имеем:

$$\begin{cases}2ax_0+2=3,\\ ax_0^2+2x_0+3=3x_0+1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}ax_0=0,5,\\ 0,5x_0-x_0=-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=0,125,\\ x_0=4.\end{cases}$$

Искомое значение a равно 0,125.

Ответ: 0,125.

Приведем другое решение.

По смыслу задачи $a \neq 0$, а значит, график заданной функции — парабола. Касательная к параболе (а также и к гиперболе) имеет с ней единственную общую точку. Поэтому необходимо и достаточно, чтобы уравнение $ax^2 + 2x + 3 = 3x + 1$ имело единственно решение. Для этого дискриминант $1 - 8a$ уравнения $ax^2 - x + 2 = 0$ должен быть равен нулю, откуда $a=\frac{1}{8}=0,125.$

Прототип задания