Основание прямой четырёхугольной призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ — прямоугольник $ABCD$, в котором $AB = 12$, $AD = \sqrt{31}$. Расстояние между прямыми $AC$ и $B_1D_1$ равно 5.

а) Докажите, что плоскость, проходящая через точку $D$ перпендикулярно прямой $BD_1$, делит отрезок $BD_1$ в отношении 1 : 7, считая от вершины $D_1$.

б) Найдите косинус угла между плоскостью, проходящей через точку $D$ перпендикулярно прямой $BD_1$, и плоскостью основания призмы.