ЕГЭ по математике 10.07.2020. Основная волна. Вариант 406

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $\cos 2x - \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + 1 = 0.$

б) Найдите его корни, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right].$

2. В правильной шестиугольной пирамиде $SABCDEF$ сторона основания $AB = 7$, а боковое ребро $SA = 10$. Точка M лежит на ребре BC, причем $BM = 4$, точка K лежит на ребре SC, причем $SK = 7$.

а) Докажите, что плоскость MKD перпендикулярна плоскости основания пирамиды.

б) Найдите объем пирамиды $CDKM$.

3. Решите неравенство $x^2 \log_{343}(x-1) \geqslant \log_7(x^2 - 2x + 1).$

4. В остроугольном треугольнике ABC провели высоту CC_1 и медиану AA_1. Оказалось, что точки A, A_1, C, C_1 лежат на одной окружности.

а) Докажите, что треугольник ABC равнобедренный.

б) Найдите площадь треугольника ABC, если $AA_1 : CC_1 = 4 : 3$ и $A_1C_1 = 6$.

5. В июле 2026 года планируется взять кредит в банке на сумму 400 000 рублей. Условия возврата таковы:

— каждый январь долг увеличивается на r % по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Найдите r, если известно, что кредит будет полностью погашен за два года, причём в первый год будет выплачено 330 000 рублей, а второй год — 121 000 рублей.

6. Найдите все положительные значения параметра a, при которых система

$$\begin{cases} \sqrt{2x - x^2} = \sqrt{2ay - a^2y^2}, \\ y = x^2. \end{cases}$$

имеет ровно 3 решения.

7. В наборе 70 гирек массой 1, 2, ..., 70 граммов. Их разложили на две кучки так, что в каждой кучке есть хотя бы одна гирька. Потом из второй кучки переложили одну гирьку в первую кучку. В результате средняя масса гирек в первой кучке увеличилась ровно на один грамм.

а) Могла ли первая кучка (до перекладывания) состоять из гирек с весами 11 г, 15 г, 19 г?

б) Мог ли средний вес гирек в первой кучке до перекладывания равняться 9,5 грамма?

в) Какое максимальное количество гирек могло быть первоначально в первой кучке?