

1. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых наибольшее значение функции  $f(x) = |x - a| - x^2$  не меньше 1.

2. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых наименьшее значение функции

$$f(x) = 4ax + |x^2 - 6x + 5|$$

больше, чем  $-24$ .

3. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых наименьшее значение функции

$$f(x) = 4x^2 + 4ax + a^2 - 2a + 2$$

на множестве  $|x| \geq 1$  не менее 6.

4. Найти все значения  $a$ , при каждом из которых функция

$$f(x) = x^2 - 2|x - a^2| - 8x$$

имеет более двух точек экстремума.

5. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых неравенство

$$||x^2 - 6x + 5| - x^2 + 6x - 13| < a - a^2 - (x - 2)^2 + 2x - 4$$

имеет единственное целое решение.

6. Найти все значения параметра  $a$ , при каждом из которых среди значений функции

$$y = \frac{x^2 - 2x + a}{6 + x^2}$$
 есть ровно одно целое число.

7. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых множество значений функции

$$y = \frac{a + 3x - ax}{x^2 + 2ax + a^2 + 1}$$
 содержит отрезок  $[0; 1]$ .

8. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых график функции

$$f(x) = x^2 - 3x + 2 - |x^2 - 5x + 4| - a$$

пересекает ось абсцисс менее чем в трех различных точках.

9. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых график функции

$$f(x) = x^2 - |x^2 + 2x - 3| - a$$

пересекает ось абсцисс более чем в двух различных точках.

10. Найдите все такие значения параметра  $a$ , при каждом из которых наименьшее значение функции  $y = 3|x + a| + |x^2 - x - 2|$  меньше 2.

11. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых наибольшее значение функции  $f(x) = 133ax - |x^2 - 10x + 24|$  больше  $-2$ .

12. Найдите все  $a$ , при каждом из которых функция  $f(x) = x^3 - 3ax^2 + 3a^2x - 3|x| + 3$  имеет ровно два экстремума на промежутке  $(-2; 3)$ .

13. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых множество значений функции  $f(x) = \frac{3x + a}{x^2 + 5x + 7}$  содержит промежуток  $(-1; 3]$ . При каждом таком  $a$  укажите множество значений функции  $f(x)$ .

14. График функции  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ ,  $c < 0$ , пересекает ось ординат в точке  $A$  и имеет ровно две общие точки  $M$  и  $N$  с осью абсцисс. Прямая, касающаяся этого графика в точке  $M$ , проходит через точку  $A$ . Найдите  $a$ ,  $b$  и  $c$ , если площадь треугольника  $AMN$  равна 1.

15. Найдите все значения параметра  $a$ , при которых функция

$$f(x) = \sin 2x - 8(a+1)\sin x + (4a^2 + 8a - 14)x$$

является возрастающей на всей числовой прямой и при этом не имеет критических точек.

16. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых наименьшее значение функции  $f(x) = x^2 - 4|x| - ax + a$  на отрезке  $[-1; 3]$  не меньше, чем  $-5$ .

17. Найдите все  $a$ , при каждом из которых функция

$$f(x) = \frac{16ax^3}{(x^2 + 1)^3} - \frac{12x^2}{(x^2 + 1)^2} - \frac{12(a+1)x}{x^2 + 1}.$$

будет убывающей на всей области определения.

18. Найти все значения параметра  $\alpha$  ( $0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$ ), при каждом из которых наименьшее значение функции  $f(x) = 3x^4 + 4x^3(\cos \alpha - \sin \alpha) - 3x^2 \sin 2\alpha$  на отрезке  $[-\sin \alpha; \cos \alpha]$  принимает наименьшее значение.

19. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение  $|10 \cdot 0,2^{1-x} - a| - |5^x + 2a| = 0$ ,  $0,4^{-x}$  имеет ровно два неотрицательных решения.

20. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых множество значений функции  $y = \frac{\sqrt{a+1} - 2\cos 3x + 1}{\sin^2 3x + a + 2\sqrt{a+1} + 2}$  содержит отрезок  $[2; 3]$ .

21. Найдите все  $a$ , при каждом из которых уравнение  $f(x) = |a+2|\sqrt[3]{x}$  имеет 4 решения, где  $f$  — четная периодическая функция с периодом  $T = \frac{16}{3}$ , определенная на всей числовой прямой, причем  $f(x) = ax^2$ , если  $0 \leq x \leq \frac{8}{3}$ .

22. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых неравенство

$$2x^3 + 9x + 3|x + a - 2| + 2|2x - a + 2| + \sqrt[5]{2x - 3} \leq 16$$

выполняется для всех значений  $x$  из отрезка  $[-2; 1]$ .

23. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых для любой пары  $(u; v)$  действительных чисел  $u$  и  $v$  выполнено неравенство

$$13 \sin u - 7|\sin u + v - 2a| + 3|\sin u - 2v - a - 1| \leq 16.$$

24. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых наименьшее значение функции

$$f(x) = ax - a - 1 + |x^2 - 4x + 3|$$

меньше  $-2$ .

25. При каких значениях параметра  $a$  область значений функции

$$y = \frac{\sin x + 2(1 - a)}{a - \cos^2 x}$$

содержит отрезок  $[1; 2]$ ?

26. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых функция  $f(x) = x(1 - a) + 3(1 - 2a)\sin \frac{x}{3} + \frac{3}{2}\sin \frac{2x}{3} + \pi a$  имеет не более двух экстремумов на промежутке  $(\pi; 5\pi)$ .

27. Найдите все значения параметра, при каждом из которых наименьшее значение функции  $f(x) = -x^4 + \frac{2ax^3}{9} + \frac{a^2x^2}{3}$  на отрезке  $[-1; 0]$  не превышает единицы и достигается на левом конце отрезка.

28. Найдите все положительные значения параметра  $a$ , при каждом из которых модуль разности корней уравнения  $ax^2 + 2x - 2,25 = 0$  не больше расстояния между точками экстремума функции  $f(x) = 2x^3 - 9x^2 - 6ax + 13a^2$ .

29. Найдите значения  $a$ , при каждом из которых линии  $y = a|x - 2| + |a| - 2$  и  $y = \frac{a}{2}$  ограничивают многоугольник, площадь которого не более 0,5.

30. Найдите, при каких неотрицательных значениях  $a$  функция  $f(x) = 3ax^4 - 8x^3 + 3x^2 - 7$  на отрезке  $[-1; 1]$  имеет только одну точку минимума.

31. Найдите, при каких неотрицательных значениях  $a$  функция  $f(x) = 3ax^4 - 8x^3 + 3x^2 - 7$  на отрезке  $[-1; 1]$  имеет ровно одну точку минимума.

32. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых область определения функции

$$y = \log_{0,5}(\sqrt{x}\log_a 3 - \sqrt{a}\log_a 3 - x^{0,5+\log_x(\log_a x)} + \sqrt{a}\log_a x)$$

содержит ровно 4 целых числа.

33. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\frac{x+2}{|x+2|} + |x| \cdot (x^2 - 48) = a$$

имеет ровно три решения.

34. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых для функции  $f(x) = x^2 - 4ax + a^2$  уравнение  $f(f(x)) = 0$  имеет ровно четыре решения.

35. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение  $h(x) = a - a^2$  имеет хотя бы один корень, если

$$h(x) + 3h(-x) = 4a + 16|x| + 16\sqrt{x^2 + 16} - 6|x + 4a| - 2|x - 4a| + 2x.$$

36. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых любая прямая, перпендикулярная оси ординат, имеет нечетное число общих точек с графиком функции

$$y = (2a - 3)x + (x - a) \cdot |x + 3|.$$

**37.** Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых наименьшее значение функции  $f(x) = 4ax + |x^2 - 8x + 7|$  меньше 1.

**38.** Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = \frac{a}{2}x + a$  и  $y = a|x| - \left|\frac{a}{2}\right|$ , больше 6, но не больше 12.